



岩土工程学报
Chinese Journal of Geotechnical Engineering
ISSN 1000-4548, CN 32-1124/TU

《岩土工程学报》网络首发论文

题目： 微生物矿化动力学理论与模拟
作者： 赵常，何想，胡冉，刘汉龙，谢强，王誉泽，吴焕然，肖杨
网络首发日期： 2021-11-11
引用格式： 赵常，何想，胡冉，刘汉龙，谢强，王誉泽，吴焕然，肖杨. 微生物矿化动力学理论与模拟[J/OL]. 岩土工程学报.
<https://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1124.TU.20211109.1650.002.html>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

微生物矿化动力学理论与模拟

赵常¹, 何想¹, 胡冉², 刘汉龙¹, 谢强¹, 王誉泽³, 吴焕然¹, 肖杨^{1*}

(1. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 2. 武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉 430072;

3. 南方科技大学海洋科学与工程系, 深圳 518000)

摘要: 微生物矿化技术作为一个新兴研究课题, 近些年来得到了广泛关注, 然而因其反应机制复杂, 很难从时间和空间尺度对矿化反应过程进行定量表示。在微生物诱导碳酸盐沉淀原理的基础上, 考虑细菌的吸附和筛滤效应, 以及尿素水解动力学和沉淀动力学模型, 对微生物矿化反应动力学理论进行了探究, 并结合孔隙尺度下的微生物矿化反应实验, 采用有限元软件进行多物理场耦合模拟。结果表明, 细菌吸附和筛滤行为引起了细菌分布的差异性, 而这种差异性进而影响了碳酸钙的沉积分布; 溶液汇合初始阶段碳酸钙生成量横向分布不均匀, 纵向分布呈增长趋势; 经历 40 h 的反应时间, 渗透率可降低 80%左右; 当钙离子含量丰富时, 碳酸钙沉淀速率受限于尿素水解速率; 附着细菌量和沉淀速率的叠加效应表现为细菌被沉淀包裹的衰亡速率。本模型验证了微生物矿化沉积反应过程, 丰富了微生物矿化反应理论, 并有望为现场工程应用的效果预测提供参考。

关键词: 微生物矿化; 生化反应; 溶质运移; 细菌吸附筛滤; 多物理场耦合;

作者简介: 赵常(1997 -), 男, 博士研究生, 主要从事微生物岩土工程。E-mail: zhaochangchn@163.com。

Kinetic theory and numerical simulation of biomineralization

ZHAO Chang¹, HE Xiang¹, HU Ran², LIU Hanlong¹, XIE Qiang¹, WANG Yuze³, WU Huanran¹, XIAO Yang^{1*}

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. State Key Laboratory of Water Resources and

Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 3. Department of Ocean Science and Engineering, Southern

University of Science and Technology, Shenzhen 518000, China)

Abstract: Biomineralization technology that becomes an emerging research topic has been attracted wide attentions in recent years. However, it is hard to quantify the reaction process of biomineralization in temporal and spatial scales due to its complicated reactive mechanisms. Based on the principle of microbially induced carbonate precipitation, considering adsorption and straining of bacteria, combining with kinetic model of urea hydrolysis and precipitation, a reactive kinetic theory of biomineralization was investigated. Finally, combining with the biomineralization experiments at pore scale, a finite element software was adopted for multi-physics coupling. The results show that the adsorption and straining effects lead to the differences in distribution of bacteria, and then further influence the spatial distribution of calcium carbonate. The transverse distribution of CaCO₃ content during initial mixing stage is not uniform, while the longitudinal distribution shows an increasing trend. The permeability showed an 80% reduction after 40 hours of reaction. The rate of CaCO₃ precipitation is limited by the rate of urea hydrolysis when calcium ions are abundant. The decay rate of bacteria due to CaCO₃ encapsulation is the combined effect of amounts of adsorbed bacteria and precipitation rate. The model can reflect the evolution of biomineralization induced precipitation during reaction process, further enrich the theory of biomineralization reaction. This study is expected to provide reference in predicting effect for the field-scale geotechnical engineering.

Key words: biomineralization; bio-chem reaction; solute transport; bacteria attachment and straining; multi-physics coupling

0 引言

微生物矿化反应广泛存在于地质演化过程中, 其生长繁殖和代谢活动所发生的一系列生物化学反应可以诱导反应生成碳酸盐、磷酸盐等沉淀, 对地球表面矿物的形成具有重要作用^[1]。自然环境中的微生物矿化反应温和且耗时漫长, 人们利用其矿物沉积优越的

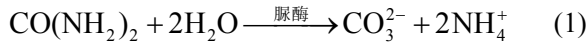
机械特性, 对反应过程进行人为的干预与控制, 显著

基金项目: 国家自然科学基金优秀青年项目 (51922024), 国家自然科学基金面上项目 (52078085), 重庆市自然科学基金杰出青年基金 (cstc2019jcyjqqX0014), 重庆市科技局技术创新与应用发展专项 (cstc2019jscx-msxmX0335)。

*通讯作者 (E-mail: hhuxyanson@163.com)

加快了矿物沉积速率，有效地填充和胶结松散颗粒与多孔介质，从而改变了岩土体的物质成分和理化性质，并对其工程特性造成重要影响^[2,3]。近些年来，基于此矿化反应发展起来的微生物岩土技术得到了广泛研究，并逐步应用于岩土体处理^[4,5]、抗渗处理^[6]、抗液化处理^[7,8]、能量桩热传导^[9]等工程领域。

微生物诱导碳酸盐沉淀（Microbially Induced Carbonate Precipitation，简称 MICP）是目前最为广泛使用的微生物矿化技术，其主要原理是通过细菌分泌出脲酶，并将尿素水解生成碳酸根离子与铵根离子，在碱性环境下与外界添加的钙离子反应生成碳酸钙沉淀^[10]。其主要反应过程如式（1）和式（2）所示：



到目前为止，国内外学者针对微生物矿化技术进行了多尺度研究^[11]，从单元试验^[12-14]到中小尺度的模型试验^[15,16]，再到现场试验^[17]的应用均得到了不同程度的研究，然而针对微生物加固效果的不均匀性，大多数研究通过改善加固工艺和采用添加剂等方式来提高加固的最终效果^[18-20]，然而受限于宏观尺度，试验很难从时空尺度方面实现实时监测。目前，微流控技术在孔隙尺度的微观反应应用引起了国内外学者的研究兴趣，Wang 等^[21,22]对 MICP 在多孔介质微管道中的矿化反应进行了初步探究，何等^[23]开发了可视化观测系统，实现了对微生物矿化反应过程的高时空分辨观测，对其应用与推广具有一定的参考价值。

关于微生物矿化反应过程，国内外学者通过建立数值模型进行了模拟预测。Ebigbo 等^[24]充分考虑生物膜的生长、衰竭、吸附和解附等行为对碳酸钙沉积的影响，并通过一维砂柱试验得到了验证。Minto 等^[25]在此基础上考虑了初始孔隙率的随机分布特性对矿化反应的空间特征进行了建模研究。而在模型尺寸和现场试验方面，已有部分研究采用数值模拟对微生物加固大尺度试验进行了评估和预测^[26]。然而，这些模型未能充分考虑岩土体对细菌的筛滤滞留和释放能力，目前的研究主要针对烧杯试验和单元试验进行模拟，还没有通过对微观反应结果进行论证与分析。

本文探究了微生物矿化动力学理论，包括溶质运移方程，细菌吸附（筛滤）动力学模型、尿素水解和沉淀反应动力学方程，采用 COMSOL Multiphysics 有限元分析软件对何等^[23]开展的微生物矿化微观反应试验进行多物理场耦合模拟，对反应过程进行评估与预测，结果验证并分析了矿化反应中碳酸钙沉淀的分布特征和孔隙变化规律，并对渗透率变化进行了预测，研究结果对于完善微生物矿化反应理论和指导实际工

程具有重要意义。

1 数值模型的建立

COMSOL Multiphysics 是一款基于有限元分析法的多物理场耦合软件，本文采用层流模块来模拟流体流动，采用多孔介质稀物质传递来模拟溶质对流-迁移-反应过程，并通过一般形式偏微分方程来模拟细菌的吸附、筛滤等反应和多孔介质中碳酸钙沉淀和孔隙的变化，采用瞬态求解器求解。

本文所依托的模拟对象为何等^[23]开展的微生物矿化微观反应实验，由于实验管道横截面的纵横比仅为 0.13（=高度 120 μm /宽度 934 μm ），因而忽略纵向反应变化，数值模拟中将其简化为二维几何模型，如图 1a 所示，其中管道填砂部分启用多孔介质域，初始孔隙率为 θ_0 ，初始干密度为 ρ_b^0 ，反应参数如表 1 所示。边界条件设置围为：①入口 1：菌液浓度为 C_{bac}^0 ，速度为 v_0 ；②入口 2：尿素浓度为 C_{urea}^0 ，氯化钙浓度为 $C_{\text{Ca}^{2+}}^0$ ，速度为 v_0 ；③出口 3：压力 p 设置为 0（参考压力为 1 atm）；④其他边界：无通量，无滑移。

依据研究^[23]，将多孔介质域划分为 A、B、C、D 四个面积相等区域，用于对比实验与模拟结果中碳酸钙分布情况，如图 2（a）所示。此外，在距多孔介质域起始点 1000 μm 、3000 μm 和 6000 μm 处设置测点 O_1 、 O_2 和 O_3 以及 200 μm 、1000 μm 、3000 μm 和 6000 μm 处设置截面 I_1 、 I_2 、 I_3 和 I_4 ，用于监测不同点和截面处的浓度变化与分布。

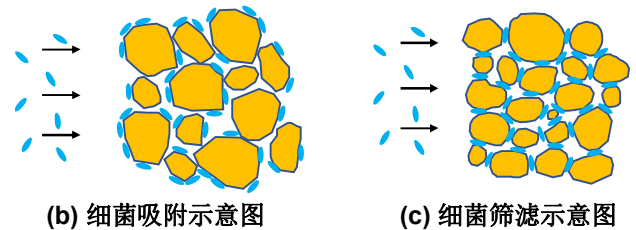
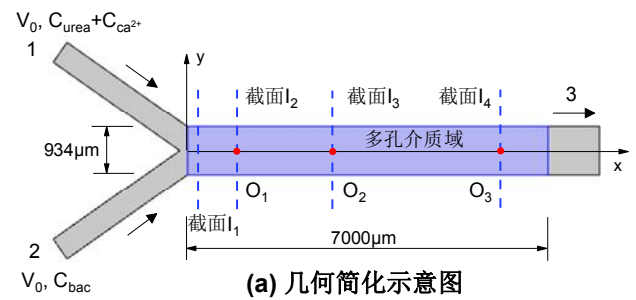


图 1 (a) 几何模型简化示意图；(b)-(c) 细菌吸附与筛滤示意图

Fig. 1 Schematic graph of (a) simplified geometry model; (b)-(c)

Adsorption and straining of bacteria

2 微生物矿化反应理论

2.1 流体方程

考虑流体不可压缩, 采用 Navier-Stokes 方程对自由流动和多孔介质流建立连续性方程和动量方程:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \cdot \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \nabla \mu \left(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \right) \quad (4)$$

其中, \mathbf{v} 为流速, t 为时间, p 为压力, ρ 与 μ 为流体得密度和动力黏度, 假设其恒定为水的密度与黏度。

2.2 溶质迁移扩散方程

溶质迁移一般形式如下:

$$\frac{\partial(\theta C_i)}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{D} \nabla C_i) - \nabla \cdot (q C_i) + Q_i \quad (5)$$

式中, θ 为孔隙率, C_i 为溶质浓度, i 为溶质分子或离子, 包括尿素分子、 NH_4^+ 、 Ca^{2+} 及 CO_3^{2-} ; Q_i 为反应源项; \mathbf{D} 为水动力弥散系数。

饱和多孔介质中溶质扩散主要包括机械弥散与分子扩散^[27], 因而可得:

$$\mathbf{D} = (\alpha_L - \alpha_T) \frac{\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} + \alpha_T |\mathbf{v}| \mathbf{I} + \frac{\theta}{\tau} \mathbf{D}^* \quad (6)$$

式中, α_L 为垂直横向弥散度; α_T 为水平横向弥散度; \mathbf{D}^* 为有效分子扩散系数, τ 为多孔介质迂曲度。本文采取 Millington-Quirk 模型描述迂曲度变化:

$$\tau = \theta^{-\frac{1}{3}} \quad (7)$$

2.3 细菌行为

关于细菌传输迁移机制, 细菌常被视为生物胶体颗粒处理, 由于实验采用的细菌取自活性最佳的时候, 且反应过程中源源不断通入新细菌, 因而忽略细菌的生长。细菌通过不均匀多孔介质时, 容易吸附在砂颗粒表面, 且在孔喉处会对细菌形成拦截和筛滤的作用^[28], 如图 1 (b)、(c) 所示。此外, MICP 反应生成碳酸钙会包裹细菌, 进而导致细菌的死亡。

在多孔介质流中, 细菌主要存在两种状态: 悬浮在溶液的细菌 (C_{bac}), 附着在介质上的细菌 (S_{bac}), 其主要通过吸附、解附和筛滤、释放等行为来控制细菌的传输过程, 本文在此基础上, 考虑细菌因沉淀包裹而死亡部分, 建立细菌传输方程:

$$\frac{\partial(\theta C_{\text{bac}})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_b S_{\text{bac}})}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{D}_{\text{bac}} \nabla C_{\text{bac}}) - \nabla \cdot (q C_{\text{bac}}) \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho_b S_{\text{bac}})}{\partial t} = \frac{\partial(\rho_b S_{\text{bac}}^{\text{att}})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_b S_{\text{bac}}^{\text{str}})}{\partial t} - E \quad (9)$$

其中, q 为达西渗流速度, ρ_b 为多孔介质干密度, 其中附着细菌浓度表示为单位介质质量所附着细菌量。 $S_{\text{bac}}^{\text{att}}$ 为吸附细菌浓度, $S_{\text{bac}}^{\text{str}}$ 为筛滤细菌浓度, E 表示细菌因沉淀包裹衰减速率, 其主要与附着细菌与沉淀有关, 并假定存在如下函数关系:

$$E = \rho_b \left(S_{\text{bac}}^{\text{att}} + S_{\text{bac}}^{\text{str}} \right) \cdot r_{\text{prec}} \frac{M_{\text{CaCO}_3}}{\rho_{\text{CaCO}_3} \theta} \quad (10)$$

其中, r_{prec} 为沉淀反应速率, M_{CaCO_3} 与 ρ_{CaCO_3} 为碳酸钙沉淀的摩尔质量和密度。生成的碳酸钙沉淀会引起多孔介质干密度发生变化, 如下式所示:

$$\rho_b = \rho_b^0 + C_{\text{CaCO}_3} \quad (11)$$

其中, C_{CaCO_3} 为碳酸钙的质量浓度。

在细菌吸附动力学^[29]的基础上, 考虑流速对细菌解附的影响, 采用一阶线性吸附方程表示:

$$\frac{\partial(\rho_b S_{\text{bac}}^{\text{att}})}{\partial t} = \theta K_{\text{att}} \varphi_{\text{att}} C_{\text{bac}} - \rho_b K_{\text{det}} \eta S_{\text{bac}}^{\text{att}} \quad (12)$$

其中, K_{att} 为吸附速率系数, K_{det} 为解附速率系数, η 为流速对细菌解附、释放的影响因子。

随着时间推移, 细菌吸附位点随滞留细菌的增多而减少, 采取 Langmuir 形式无量纲数 φ_{att} 进行表征^[30]:

$$\varphi_{\text{att}} = 1 - \frac{S_{\text{bac}}^{\text{att}}}{S_{\text{max}}^{\text{att}}} \quad (13)$$

其中, $S_{\text{max}}^{\text{att}}$ 为细菌最大吸附浓度。对于筛滤细菌, 同样采用一阶动力方程表示

$$\frac{\partial(\rho_b S_{\text{bac}}^{\text{str}})}{\partial t} = \theta K_{\text{str}} \varphi_{\text{str}} C_{\text{bac}} - \rho_b K_{\text{lib}} \eta S_{\text{bac}}^{\text{str}} \quad (14)$$

其中, K_{str} 为筛滤速率常数, K_{lib} 为释放速率系数。采取无量纲数 φ_{str} 用于说明附着细菌的空间分布^[30]:

$$\varphi_{\text{str}} = \left(1 - \frac{S_{\text{bac}}^{\text{str}}}{S_{\text{max}}^{\text{str}}} \right) \cdot \left(\frac{d_c + x}{d_c} \right)^{-\beta} \quad (15)$$

其中, $S_{\text{max}}^{\text{str}}$ 为细菌最大筛滤浓度, d_c 为颗粒平均粒径, x 为与汇合处的距离, β 为细菌空间分布的拟合参数。

已有微生物矿化理论研究大多未考虑流速对细菌吸附动力学的影响, Ebigbo 等^[24]考虑了压力对生物膜解附的影响, Minto 等^[25]采用分布函数模拟了流速对细菌吸附的影响。当流速较大时, 附着在介质上的细菌更容易发生剥离, 本文采用指数关系 η 说明其影响。

$$\eta = \left(\frac{v}{v_0} \right)^{n_v} \quad (16)$$

其中, n_v 为控制流速对细菌解附、释放的影响参数。

2.4 尿素水解动力学

根据反应方程式 (1) 可知, 尿素水解过程每反应消耗 1 mol 的尿素, 即生成 1 mol 的碳酸根和 2 mol 的铵根产物, 可得尿素与铵根产物的反应源项为:

$$Q_{\text{urea}} = -\theta r_{\text{urea}} \quad (17)$$

$$Q_{\text{NH}_4^+} = 2\theta r_{\text{urea}} \quad (18)$$

式中, r_{urea} 为尿素水解速率。

Whiffin 等^[31]研究发现, 在细菌体系下, 铵根产物对脲酶活性的抑制无明显影响, 此外, 当 pH 在 5 至 10 间波动时, 尿素水解速率无显著差异^[32]。采用莫诺方程对尿素水解的反应速率进行表征, 同时考虑钙离子对脲酶活性的影响^[10], 可得水解速率表达式:

$$r_{\text{urea}} = u_{\text{sp}} (C_{\text{bac}} + S_{\text{bac}}) \frac{C_{\text{urea}}}{K_{\text{m,urea}} + C_{\text{urea}}} \exp\left(-\frac{C_{\text{Ca}^{2+}}}{K_{\text{i,Ca}}}\right) \quad (19)$$

其中, u_{sp} 为细菌分泌脲酶活性比, $K_{\text{m,urea}}$ 为尿素的半饱和常数, $K_{\text{i,Ca}}$ 为钙离子抑制常数。

2.5 钙离子传输及碳酸钙沉淀

尿素水解反应生成的碳酸根离子可与钙离子反应生成碳酸钙沉淀, 因而影响钙离子反应速率的主要因素为沉淀速率, 钙离子的反应源项如下:

$$Q_{\text{Ca}^{2+}} = -\theta r_{\text{prec}} \quad (20)$$

一般情况下, 碳酸钙沉淀速率高于尿素水解速率, 而在微生物矿化反应中, 碳酸根离子的消耗受制于尿素水解反应的生成速率, 因而可得碳酸根的反应源项:

$$Q_{\text{CO}_3^{2-}} = \theta (r_{\text{urea}} - r_{\text{prec}}) \quad (21)$$

微生物矿化反应中的碳酸钙沉淀速率通过采用化学反应中的晶体生长模型^[24,26]进行计算:

$$r_{\text{prec}} = k_{\text{prec}} A_s (\Omega - 1)^{n_p} \quad \Omega > 1 \quad (22)$$

其中, k_{prec} 为碳酸钙反应速率常数, A_s 为碳酸钙反应比表面积, Ω 为过饱和度, n_p 为反应阶次。

过饱和度^[26]通常定义如下所示:

$$\Omega = \frac{\gamma_{\text{Ca}^{2+}} C_{\text{Ca}^{2+}} \gamma_{\text{CO}_3^{2-}} C_{\text{CO}_3^{2-}}}{K_{\text{sp}}} \quad (23)$$

其中, $\gamma_{\text{Ca}^{2+}}$ 与 $\gamma_{\text{CO}_3^{2-}}$ 分别为钙离子和碳酸根的离子活度系数, K_{sp} 为碳酸钙的溶度积, 25°C 时为 $10^{-8.48}$ ^[26]。

根据已有研究^[24]可知, 当氯离子浓度为 0.5 mol/L 时, 钙离子和碳酸根离子活度系数分别为 0.25 和 0.15。

当孔隙率发生变化时, 沉淀反应的比表面积也随之改变, 采用经验公式表示反应比表面积的变化^[24]:

$$A_s = A_{s0} \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (24)$$

其中, A_{s0} 为初始反应比表面积。

2.6 孔隙率与渗透率关系

MICP 反应生成的碳酸钙沉积在砂土颗粒间, 填充孔隙体积, 从而导致土体渗透性降低, 假设在反应时间和空间尺度上, 碳酸钙密度保持不变且不可移动, 则可得到碳酸钙沉淀和孔隙率随时间变化的方程^[33]:

$$\frac{\partial C_{\text{CaCO}_3}}{\partial t} = M_{\text{CaCO}_3} \theta r_{\text{prec}} \quad (25)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial \theta_c}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{\text{CaCO}_3}} \frac{\partial C_{\text{CaCO}_3}}{\partial t} \quad (26)$$

其中, θ_c 为碳酸钙沉淀所占体积。

同时, 基于 Kozeny-Carman 方程^[27], 可以得到多孔介质中渗透率与孔隙率的关系:

$$k = \frac{d_c^2}{180} \frac{\theta^3}{(1-\theta)^2} \quad (27)$$

$$\frac{k}{k_0} = \frac{\theta^3}{(1-\theta)^2} \frac{(1-\theta_0)^2}{\theta_0^3} \quad (28)$$

其中, k 为土体渗透率, k_0 为初始孔隙率 θ_0 对应的初始渗透率, 本文根据式 (27) 近似取值为 $2 \times 10^{-11} \text{ m}^2$ 。

表 1 微生物矿化反应模型参数

Table 1 Parameters used in reaction model of biomineralization			
参数	取值	参数	取值
θ_0	0.5 ^[23]	D_{bac}^*	$0.4 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ ^[23]
ρ_b^0	1325 kg/m ³ *	D_{urea}^*	$1.34 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ ^[23]
d_c	75 μm*	$D_{\text{Ca}^{2+}}^*$	$0.79 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ ^[34]
v_0	$0.95 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ ^[23]	$D_{\text{CO}_3^{2-}}^*$	$9.23 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$ ^[34]
C_{bac}^0	$1 \times 10^8 \text{ cells/mL}$ *	$D_{\text{NH}_4}^*$	$1.96 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ ^[34]
C_{urea}^0	0.5 mol/L ^[23]	α_L	$2 \times 10^{-4} \text{ m}$ ^[35]
$C_{\text{Ca}^{2+}}^0$	0.5 mol/L ^[23]	α_T	$1 \times 10^{-4} \text{ m}$ ^[35]
K_{att}	0.3 min ⁻¹ **	u_{sp}	0.167 mol/m ³ /s/OD ^{***}
K_{det}	0.008 min ⁻¹ **	$K_{\text{m,urea}}$	0.305 mol/L ^[32]
K_{str}	0.03 min ⁻¹ **	$K_{\text{i,Ca}}$	0.6 mol/L ^[10]
K_{lib}	0.005 min ⁻¹ **	A_{s0}	292 m ² /L ^[36]
β	-0.6	k_{prec}	$1.0 \times 10^{-8} \text{ mol/m}^2/\text{s}$ ^[36]
$S_{\text{max}}^{\text{str}}$	5 cm ³ /g C_{bac}^0 **	n_p	1 ^[37]
$S_{\text{max}}^{\text{lib}}$	2.5 cm ³ /g C_{bac}^0 **	M_{CaCO_3}	100.1 g/mol ^[33]
n_v	1.5	ρ_{CaCO_3}	2710 kg/m ³ ^[33]

注: *根据文献^[23]提供的数据进行预估; **参考文献^[29,30]试验数据拟合而得, 其值主要与多孔介质特性有关; ***文献^[32]换算而得, 其中 OD 表示光密度, 1 OD 等于 $4.0 \times 10^8 \text{ cells/mL}$ ^[22]。

3 结果与分析

3.1 模型验证与分析

根据研究^[23]微观观测到碳酸钙晶型为不规则多面体, 假定生成的晶体均为边长为 $h/2$ 、高度为 h 的正六棱柱体^[38], 则单个晶体质量计算公式为:

$$m = \rho V = \rho \cdot 3 \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot h \approx 0.65 \rho h^3 \quad (29)$$

假设碳酸钙晶体的特征尺寸 h 为 20 μm, 并根据反应腔室尺寸得出多孔介质域体积, 结合研究^[23]中观测的碳酸钙晶体数目随时间变化数据, 可以估算出碳酸钙得生成量。最后根据模拟结果将划分区域的碳酸钙沉淀量平均, 可以得到 0 至 150min 的碳酸钙晶体生长数据, 其对比结果如图 2 (b) 所示。模拟结果表明, 多孔介质域中沿流动方向碳酸钙生成量逐渐增多, 这与微观实验观测现象保持一致。但两者表现不同的地方在于, 微观实验相对模拟结果沿流动方向碳酸钙

晶体分布更为不均匀，靠近出口处的碳酸钙晶体数目明显多于入口处。此外，数值模拟中 A、B、C 区域的碳酸钙含量高于微观实验观测，而 D 区域表现则相反。两者存在差异的原因在于，简化的多孔介质几何模型较难反映真实的砂颗粒形貌和级配特性，以及其分布的不均匀性导致流场变化难以表征，进而影响

到溶质运移和细菌分布，本文计算采用多孔介质域进行简化主要是为了降低计算的不收敛性和计算量。此外，由于砂颗粒形貌的不规则性，部分沉积在砂颗粒表面的碳酸钙难以观测，以及絮凝状物质干扰显微镜观测，导致统计的碳酸钙晶体数少于实际生成量。

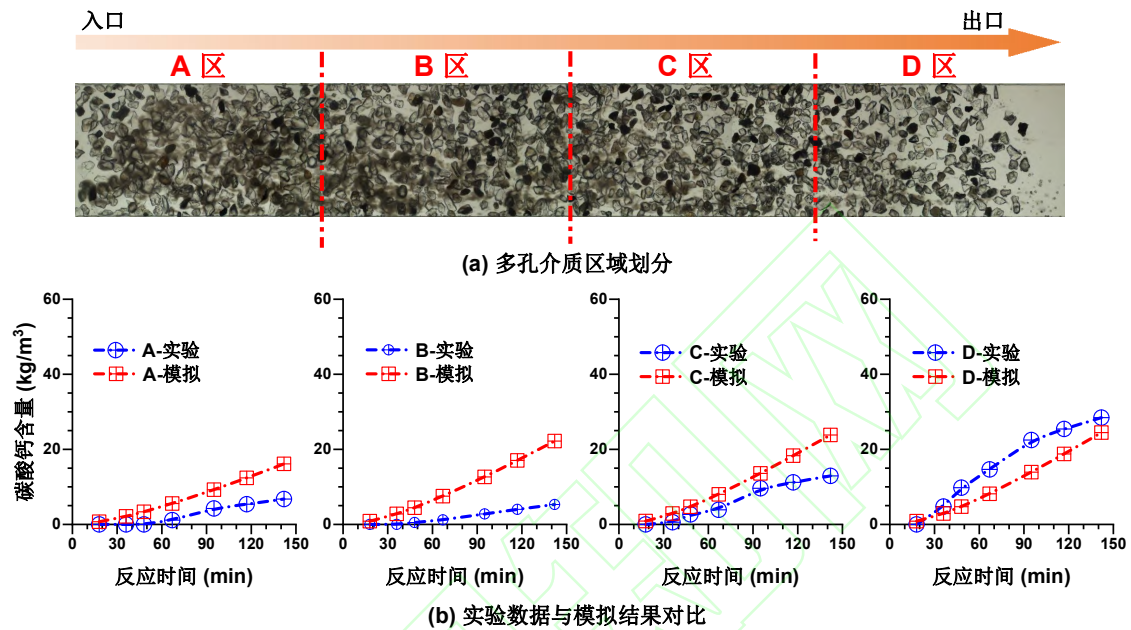


图 2 微生物矿化反应模型与试验结果的对比如分析

Fig. 2 Comparative analysis of reactive model of biomineralization and experimental results

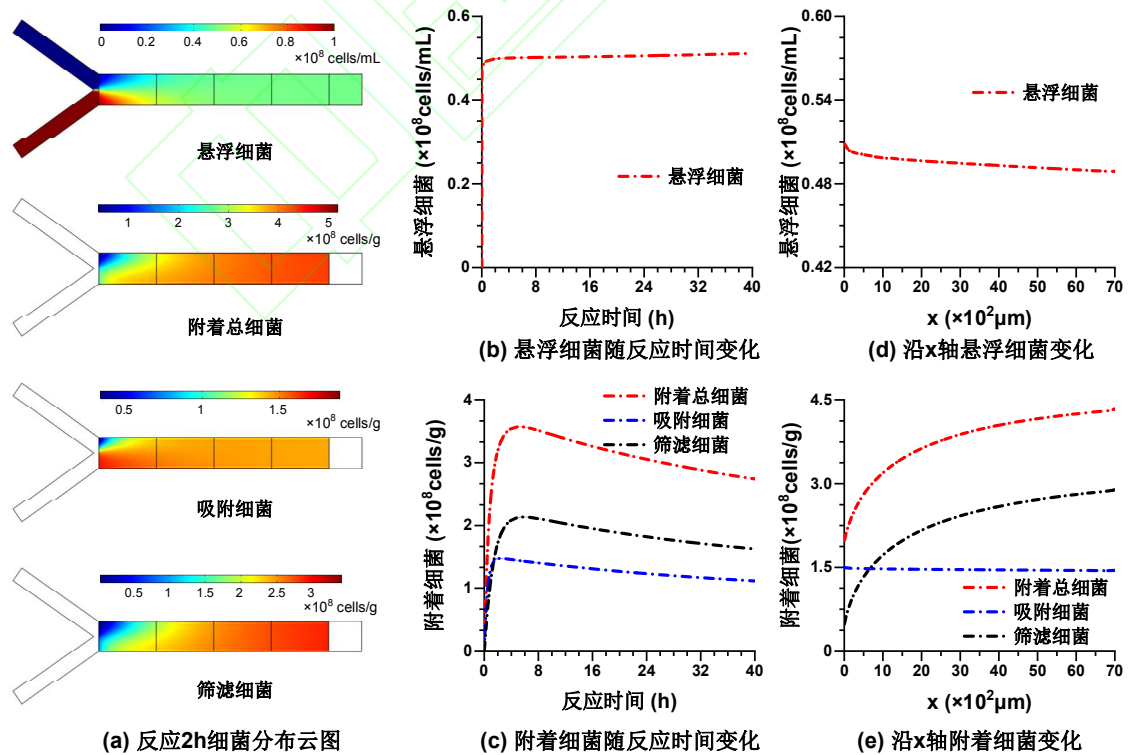


图 3 细菌分布特性与浓度变化

Fig. 3 Characteristics of bacteria distribution and concentration variation of bacteria

3.2 细菌浓度变化与分布特征

细菌在矿化反应中主要是通过分泌脲酶引发水解反应，室内实验已表明细菌浓度对于矿化沉积影响显著，而关于细菌分布的探究较少。采用 Peclet 数 (Pe) 衡量溶质运移过程对流与扩散效应，计算公式为：

$$Pe = vL / D^* \quad (30)$$

其中， L 为多孔介质特征长度，本文取孔喉尺寸并假定其为 $5\mu\text{m}$ ，计算可得细菌的 Peclet 数为 1.2，根据 Bear 研究^[27]可知，机械弥散与分子扩散此时具有相同数量级且均不可忽略。

反应 2h 时刻的细菌分布特征如图 3 (a) 所示，由反应云图可以看出，受到水动力弥散影响，悬浮细菌进入多孔介质后发生对流与扩散，在汇合处附近细菌沿 x 轴呈不均匀梯度扩散，而沿 y 轴因对流效应在靠近汇合处横向扩散较弱，但随着流动距离的增加而逐渐改善。此外，反应液侧附着细菌量明显少于细菌侧，但随着细菌在多孔介质中的扩散，这种差异逐渐减小。测点 O_1 处细菌浓度变化如图 3 (b)、(c) 所示，可以看出细菌通过多孔介质时，由于等体积等流速的反应液通入，悬浮细菌逐渐稳定在入口浓度的一半。随着反应时间的进行，吸附细菌与筛滤细菌分别在 2h 和 6h 左右达到最大值，分析其存在时间差原因为：初始孔隙率较大，砂颗粒间对细菌的拦截作用较弱，反应初期筛滤速率相较于吸附速率更小。附着细菌量在

达到峰值后逐渐减少，由式 (10) 可知，其原因在于随着反应时间的推移，沉淀速率逐渐增大，孔隙率逐渐减小，进而导致细菌的衰亡速率增大和附着细菌量趋于减少。2h 时刻沿 x 轴线处的细菌变化如图 3 (d)、(e) 所示，结果表明，沿 x 轴方向悬浮细菌浓度变化较小，且逐渐趋于入口浓度的一半，吸附细菌浓度达到吸附峰值后稳定在 $1.5 \times 10^8 \text{ cells/g}$ ，而筛滤细菌沿 x 轴方向从 $0.4 \times 10^8 \text{ cells/g}$ 逐渐增至 $2.8 \times 10^8 \text{ cells/g}$ ，这与一维砂柱试验^[28]初始段滞留细菌分布保持一致，均呈现随着距离增加附着细菌量不断增加，但与微观试验表现不同的是，宏观尺度下细菌附着量在达到峰值后出现逐渐减小趋势，而本模型基于微观尺度反应试验，其多孔介质长度仅为 7mm ，未能提供足够的距离供细菌充分吸附和筛滤，细菌的分布特性主要与多孔介质特性、细菌尺寸及离子强度等因素有关。

3.3 碳酸钙沉淀分布

根据数值计算结果，不同反应时刻沿 x 轴方向的碳酸钙沉淀生成量如图 4 (a) 所示。可以看出，碳酸钙含量在溶液汇合 $0\sim 300\mu\text{m}$ 范围左右生成速率较快，随后呈缓慢增加趋势，在多孔介质域末尾处碳酸钙含量发生突变并显著下降，这与图 5 (a) 所示的沉淀速率规律保持一致，其原因在于本模型未考虑非多孔介质域对细菌吸附的影响，进而影响了沉淀速率和碳酸钙含量，从而在接触处发生突变。

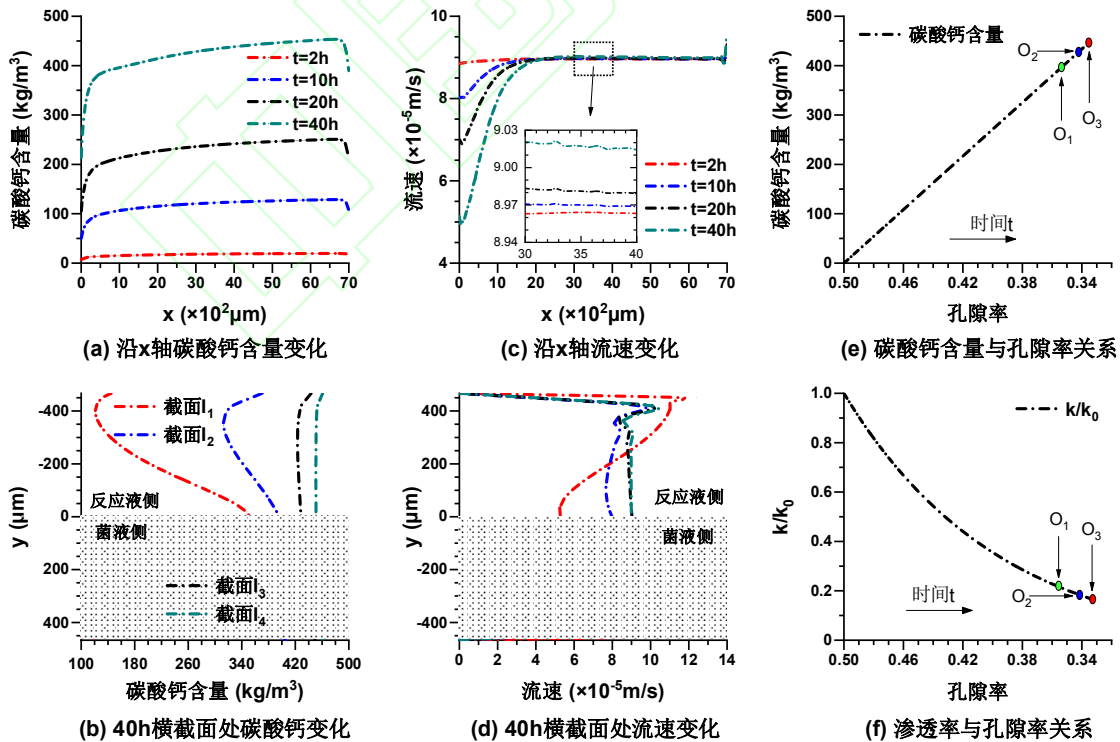


图 4 (a)-(b) 碳酸钙含量的空间分布；(c)-(d) 流速的空间分布；(e)-(f) 碳酸钙含量对孔隙率影响及渗透率变化

Fig. 4 (a)-(b) Spatial distribution of CaCO_3 content; (c)-(d) Spatial distribution of flow rate; (e)-(f) Effect of CaCO_3 content on porosity and variation of permeability

为了探究横向扩散对碳酸钙分布的影响，绘制出反应 40h 时不同横截面处碳酸钙含量的变化线图，如图 4 (b) 所示，在距多孔介质起始点 200 μm 的截面 I₁ 处碳酸钙含量沿两侧递减，而截面 I₂ 处靠近菌液侧碳酸钙含量多于反应液侧，分析原因可知，影响碳酸钙沉淀速率主要因素为饱和度，而饱和度主要由钙离子和碳酸根离子浓度控制，汇合初始段由于两侧溶液扩散不均导致中心线处的尿素水解能力更强，随着扩散增强，细菌侧尿素水解生成碳酸根离子速率更快，这与细菌分布特征存在相似性，进一步验证了细菌分布对沉淀反应的影响。随着流动距离的增加，碳酸钙在两侧分布的不均匀性逐渐改善，截面 I₄ 处两侧的碳酸钙沉淀量已达到平衡。此外，靠近管道边缘的碳酸钙含量存在小幅提高的原因在于该处的流速较小，细菌吸附量较多，进而影响了水解速率和沉淀速率。

3.4 流场分布与渗透率变化

微生物矿化生成的碳酸钙沉淀可对流场分布具有重要影响。如图 4 (c) 所示，可以看出，沿 x 轴流速分布与图 4 (a) 所示的碳酸钙分布具有一定的相似性，在溶液汇合 0~2000 μm 范围内流速不断增加，且随着反应进行而呈减小趋势。而在 2000 μm 后流速近乎维持恒定，且随着反应时间的推移流速增加程度较小，其原因在于碳酸钙含量的增加使得孔隙率减小，在相同流率情况下流速增大，且由于流体流动的边界层效应，减弱了溶液流速。反应 40h 时不同截面处流速分布如图 4 (d) 所示，结合图 4 (b) 可以看出，碳酸钙含量较高时对应流速较小，其原因在于，流体通过碳酸钙含量较高区域时需克服更大的阻力和流动压力，因而流体会倾向于向孔隙较大区域“贴壁流动”，进而导致流速增加。在实际反应过程中，碳酸钙晶颗粒体的形貌和尺寸也影响着流场分布，后续考虑采用相场模型对颗粒生长过程中流场分布进行探究。

图 4 (e)、(f) 展示了碳酸钙含量、渗透性与孔隙率的关系，其中孔隙率沿时间进程不断减小，图中

所标测点为反应 40h 后三个测点的最终状态，可以看出碳酸钙增长与孔隙率减小呈线性关系，而渗透性变化与孔隙率呈幂函数关系，随着孔隙率的减小，渗透性降低速率不断减缓。反应 40h 后，测点 O₁、O₂ 和 O₃ 的孔隙率从初始孔隙率 0.5 分别降低到 0.354、0.342 和 0.333，碳酸钙含量增加到 395、430 和 451 kg/m³，渗透率分别降低了约 79%、81% 和 83%。可以看出，微生物矿化对于改善多孔介质渗透性具有显著效果。

4 讨论

4.1 水解速率与沉淀速率的比较

微生物矿化反应速率主要包括尿素水解速率与碳酸钙沉淀速率，前者由细菌分泌脲酶在胞内水解尿素决定，后者受饱和度控制，当两种体系不相交时，沉淀速率往往比水解速率高 2 个数量级左右^[39]。本文比较了微生物矿化反应体系中两者速率影响，图 5 (a) 表现了不同时刻沿 x 轴的水解速率和沉淀速率变化，可以看出，随着反应时间的推移，水解速率与沉淀速率均呈现不同程度的提升，尤其在汇合初始段，反应速率拐点随时间增长显著提前。此外，反应速率在溶液汇合 0~300 μm 范围随 x 增加显著提高，尿素水解速率高于沉淀速率，随后两者速率缓慢增加且几乎保持一致，这与碳酸钙含量变化趋势相似。汇合初始段水解速率较高原因在于钙离子与尿素水解生成的碳酸根离子扩散不均而导致饱和度较低，随着流动距离增加扩散范围相对增大，浓度分布更为均匀。两者速率随后保持一致是由于试验中不断通入反应液，钙离子处于过量状态，沉淀速率由碳酸根离子浓度决定，而后者受到相对较慢的尿素水解速率的限制，因而沉淀速率可以简化为尿素水解速率，这与 Qin 等^[39]的研究结论一致，Hommel 等^[40]将这种速率简化进行了比较，结果表明与采用复杂沉淀动力学模型相比，该方法误差相对较低且计算量显著减少。

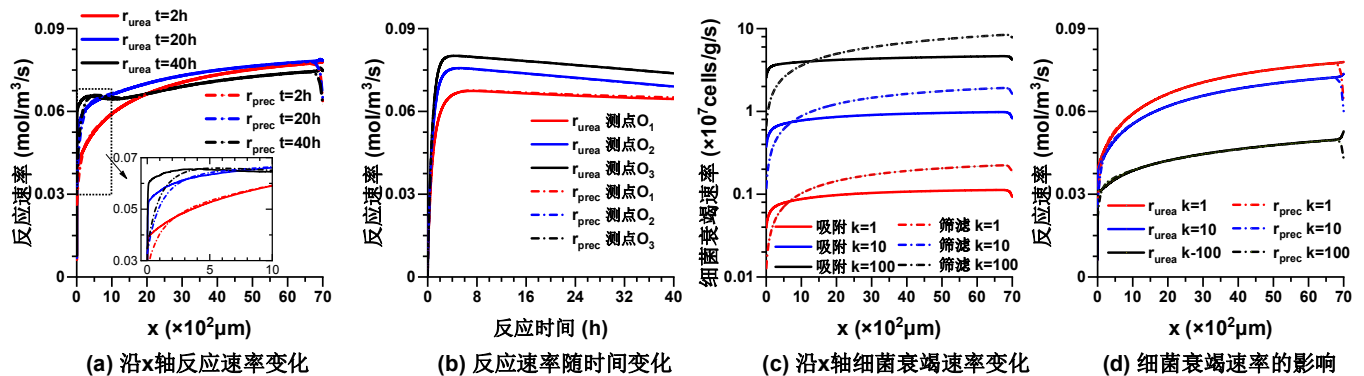


图 5 (a)-(b) 反应速率的时空演变; (c)-(d) 细菌衰竭速率的轴向分布及其对反应速率影响

Fig. 5 (a)-(b) Spatial-temporal evolution of reaction rates; (c)-(d) Axial distribution of bacteria decay rates and its effect on reaction rates

此外, 测点 O_1 、 O_2 和 O_3 处不同时刻反应速率变化如图 5 (b) 所示, 可以看出三个测点处的水解速率与沉淀速率几乎相同, 且在反应前期均显著增加并达到峰值, 分别为 0.068 、 0.076 和 $0.08 \text{ mol/m}^3/\text{s}$, 随后呈现一定的衰减, 其原因在于细胞因沉淀包裹衰亡速率的增加减少了附着细菌量, 进而影响了水解速率, 这也在图 3 (c) 中得到了验证。

4.2 细菌衰亡速率影响

微生物矿化反应过程中, 附着在多孔介质表面的细菌会被生成碳酸钙沉淀包裹失去养分供应而死亡, 然而目前关于细菌因沉淀包裹衰亡部分难以表征, Minto 等^[25]建立了与碳酸钙含量相关的简易模型进行计算, 本文则考虑了其附着细菌量与沉淀反应速率正相关的关系, 建立了如 (10) 式所示模型, 本节在前文计算的基础上考虑三种量级的细菌衰亡速率, 即:

$$E_k = k \cdot E \quad (31)$$

其中 k 为衰亡系数, 取值为 1、10 和 100。

不同衰亡系数下沿 x 轴细菌衰竭速率变化如图 5 (c)、(d) 所示, 在对数坐标系下, 不同衰亡系数下其变化曲线具有相似的形状, 筛滤细菌衰亡速率变化趋势与筛滤细菌分布相似, 而吸附细菌则表现相反, 其衰亡速率变化与沉淀速率相似, 其原因在于, 吸附细菌量沿 x 轴分布变化不大时, 衰亡速率主要由沉淀速率控制。不同衰亡速率对应的反应速率如图 5 (d) 所示, 结合图 5 (c) 可知, 衰亡速率越大, 附着细菌量越少, 进而引起水解速率和沉淀速率越小, 反过来又影响衰亡速率, 三者互相影响和牵制。衰亡速率 k 为 1、10 和 100 时对应得最大反应速率分别为 0.05 、 0.072 和 $0.077 \text{ mol/m}^3/\text{s}$ 。可以看出细菌因沉淀包裹而衰亡速率对微生物矿化反应具有重要影响, 具体影响仍需通过一定的试验手段进行验证。

5 结 论

本文基于微生物诱导碳酸盐沉淀原理, 探究了微生物矿化反应理论并进行多物理场耦合模拟, 在微生物矿化微观反应试验中进行了验证, 并得出以下结论:

(1) 模型考虑了多孔介质对细菌的吸附和筛滤效应, 在对流作用下初始接触面处细菌呈不均匀扩散, 随着反应进行, 附着细菌量在达到峰值后受到沉淀包裹衰亡而逐渐减少。

(2) 碳酸钙沉淀主要受到饱和度影响, 靠近菌液侧碳酸钙生成量多于反应液侧, 随着扩散效应增强, 碳酸钙横向分布的不均匀性得到改善。

(3) 碳酸钙沉淀分布影响了流场分布, 碳酸钙含量与孔隙率呈线性负相关, 渗透率变化与孔隙率呈幂

次减小关系。

(4) 通过建立的尿素水解和沉淀反应动力学模型发现, 附着细菌的分布对反应速率具有重要影响, 且在钙离子丰富情况下, 沉淀速率受限于水解速率。

(5) 考虑细菌衰亡速率与附着细菌量和沉淀速率呈正相关, 三者之前互相影响和牵制, 衰亡速率越大, 附着细菌量越小, 引起水解速率和沉淀速率越小。

参考文献:

- [1] PACHECO TORRAL F, LABRINCHA J A, DIAMANTI M V, et al. Biotechnologies and Biomimetics for Civil Engineering[M]. Cham: Springer International Publishing, 2015.
- [2] 刘汉龙, 肖鹏, 肖杨, 等. 微生物岩土技术及其应用研究新进展[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2019, 41(1): 1-14. (LIU Han-long, XIAO Peng, XIAO Yang, et al. State-of-the-art review of biogeotechnology and its engineering applications[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2019, 41(1): 1-14. (in Chinese))
- [3] 何稼, 楚剑, 刘汉龙, 等. 微生物岩土技术的研究进展[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(4): 643-653. (HE Jia, CHU Jian, LIU Han-long, et al. Research advances in biogeotechnologies[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(4): 643-653. (in Chinese))
- [4] XIAO Y, CHEN H, STUEDLEIN A W, et al. Restraint of Particle Breakage by Biotreatment Method[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2020, 146(11): 04020123.
- [5] 桂跃, 吴承坤, 刘颖伸, 等. 利用微生物技术改良泥炭土工程性质试验研究[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(2): 269-278. (GUI Yue, WU Cheng-kun, LIU Ying-shen et al. Improving engineering properties of peaty soil by biogeotechnology[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(2): 269-278. (in Chinese))
- [6] MA G, HE X, JIANG X, 等. Strength and permeability of bentonite-assisted biocemented coarse sand[J]. Canadian Geotechnical Journal, Ottawa: Canadian Science Publishing, 2021, 58(7): 969-981.
- [7] XIAO Y, ZHANG Z, STUEDLEIN A W, 等. Liquefaction Modeling for Biocemented Calcareous Sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, American Society of Civil Engineers, 2021, 147(12): 04021149.
- [8] 程晓辉, 麻强, 杨钻, 等. 微生物灌浆加固液化砂土地基的动力反应研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(8): 1486-1495. (CHENG Xiao-hui, MA Qiang, Yang Zuan, et al. Dynamic response of liquefiable sand foundation improved

- by bio-grouting[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(8): 1486–1495. (in Chinese))
- [9] XIAO Y, TANG Y, MA G, et al. Thermal Conductivity of Biocemented Graded Sands[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2021, **147**(10): 04021106.
- [10] PAASSEN L van. Biogrout Ground Improvement by Microbially Induced Carbonate Precipitation[D]. Rijswijk Netherland: Delft University of Technology, 2009, PhD.
- [11] 赵常, 张瑾璇, 张宇, 等. 微生物加固土多尺度研究进展[J]. 北京工业大学学报, 2021, **47**(7): 792–801. (ZHAO Chang, ZHANG Jin-xuan, ZHANG Yu, et al. Research Progress on Multi-scale Biocemented Soil[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2021, **47**(7): 792-801. (in Chinese))
- [12] 崔明娟, 郑俊杰, 赖汉江. 颗粒粒径对微生物固化砂土强度影响的试验研究[J]. 岩土力学, 2016, **37**(S2): 397–402. (CUI Ming-juan, ZHENG Jun-jie, Lai Han-jiang. Experimental study of effect of particle size on strength of bio-cemented sand[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(S2): 397–402. (in Chinese))
- [13] 彭劼, 冯清鹏, 孙益成. 温度对微生物诱导碳酸钙沉积加固砂土的影响研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(6): 1048–1055. (PENG Jie, FENG Qing-peng, SUN Yi-cheng. Influences of temperatures on MICP-treated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(6): 1048–1055. (in Chinese))
- [14] XIAO Y, STUEDLEIN A W, RAN J, et al. Effect of Particle Shape on Strength and Stiffness of Biocemented Glass Beads[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2019, **145**(11): 06019016.
- [15] XIAO Y, STUEDLEIN A W, PAN Z, et al. Toe-Bearing Capacity of Precast Concrete Piles through Biogrouting Improvement[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2020, **146**(12): 06020026.
- [16] 张鑫磊, 陈育民, 张喆, 等. 微生物灌浆加固可液化钙质砂地基的振动台试验研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(6): 1023–1031. (ZHANG Xin-lei, CHEN Yu-min, ZHANG Zhe, et al. Performance evaluation of liquefaction resistance of a MICP-treated calcareous sandy foundation using shake table tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(6): 1023–1031. (in Chinese))
- [17] 刘汉龙, 马国梁, 肖杨, 等. 微生物加固岛礁地基现场试验研究[J]. 地基处理, 2019, **1**(1): 26–31. (LIU Han-long, MA Guo-liang, XIAO Yang et al. In situ experimental research on calcareous foundation stabilization using MICP technique on the reclaimed coral reef islands [J]. Chinese Ground Improvement, 2019, **1**(1): 26-31. (in Chinese))
- [18] XIAO Y, HE X, EVANS T M, et al. Unconfined Compressive and Splitting Tensile Strength of Basalt Fiber-Reinforced Biocemented Sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2019, **145**(9): 04019048.
- [19] 谢约翰, 唐朝生, 尹黎阳, 等. 纤维加筋微生物固化砂土的力学特性[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(4): 675–682. (XIE Yue-han, TANG Chao-sheng, YIN Li-yang et al. Mechanical behavior of microbial-induced calcite precipitation (MICP)-treated soil with fiber reinforcement[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(4): 675-682. (in Chinese))
- [20] 马国梁, 何想, 路桦铭, 等. 高岭土微粒固载成核微生物固化粗砂强度[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(2): 290–299. (MA Guo-liang, HE Xiang, LU Hua-ming et al. Strength of biocemented coarse sand with kaolin micro-particle improved nucleation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **43**(2): 290-299. (in Chinese))
- [21] WANG Y, SOGA K, DEJONG J T, et al. A microfluidic chip and its use in characterising the particle-scale behaviour of microbial-induced calcium carbonate precipitation (MICP)[J]. Géotechnique, 2019, **69**(12): 1086–1094.
- [22] WANG Y, SOGA K, DEJONG J T, et al. Effects of Bacterial Density on Growth Rate and Characteristics of Microbial-Induced CaCO₃ Precipitates: Particle-Scale Experimental Study[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, American Society of Civil Engineers, 2021, **147**(6): 04021036.
- [23] 何想, 马国梁, 汪杨, 等. 基于微流控芯片技术的微生物加固可视化研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(6): 1005–1012. (HE Xiang, MA Guo-liang, WANG Yang et al. Visualization investigation of bio-cementation process based on microfluidics [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(6): 1005-1012. (in Chinese))
- [24] EBIGBO A, PHILLIPS A, GERLACH R, et al. Darcy-scale modeling of microbially induced carbonate mineral precipitation in sand columns: MODELING MICP IN POROUS MEDIA[J]. Water Resources Research, 2012, **48**(7): W07519.
- [25] MINTO J M, LUNN R J, EL MOUNTASSIR G. Development of a Reactive Transport Model for Field - Scale Simulation of Microbially Induced Carbonate Precipitation[J]. Water Resources Research, 2019, **55**(8): 7229–7245.
- [26] NASSAR M K, GURUNG D, BASTANI M, et al. Large-Scale Experiments in Microbially Induced Calcite Precipitation (MICP): Reactive Transport Model

-
- Development and Prediction[J]. *Water Resources Research*, 2018, **54**(1): 480–500.
- [27] BEAR J. *Dynamics of Fluids in Porous Media*[M]. New York: American Elsevier, 1972.
- [28] BRADFORD S A, WANG Y, KIM H, et al. Modeling Microorganism Transport and Survival in the Subsurface[J]. *Journal of Environmental Quality*, 2014, **43**(2): 421–440.
- [29] NING Z, LI R, LIAN H, et al. Effects of flow-interruption on the bacteria transport behavior in porous media[J]. *Journal of Hydrology*, 2021, **595**: 125677.
- [30] BRADFORD S A, BETTAHAR M. Concentration dependent transport of colloids in saturated porous media[J]. *Journal of Contaminant Hydrology*, 2006, **82**(1): 99–117.
- [31] WHIFFIN V S. Microbial CaCO₃ precipitation for the production of Biocement[D]. School of Biological Sciences & Biotechnology, Perth West Australia: Morduch University, 2004, Doctor of Philosophy.
- [32] LAUCHNOR E G, TOPP D M, PARKER A E, et al. Whole cell kinetics of ureolysis by *Sporosarcina pasteurii*[J]. *Journal of Applied Microbiology*, 2015, **118**(6): 1321–1332.
- [33] VAN WIJNGAARDEN W K, VERMOLEN F J, VAN MEURS G A M, et al. A mathematical model for Biogrout: Bacterial placement and soil reinforcement[J]. *Computational Geosciences*, 2013, **17**(3): 463–478.
- [34] HAYNES W M Ed. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*[M]. Boca Raton: CRC Press, 2014.
- [35] WANG X, NACKENHORST U. A coupled bio-chemo-hydraulic model to predict porosity and permeability reduction during microbially induced calcite precipitation[J]. *Advances in Water Resources*, 2020, **140**: 103563.
- [36] BARKOUKI T H, MARTINEZ B C, MORTENSEN B M, et al. Forward and Inverse Bio-Geochemical Modeling of Microbially Induced Calcite Precipitation in Half-Meter Column Experiments[J]. *Transport in Porous Media*, 2011, **90**(1): 23–39.
- [37] DUPRAZ S, PARMENTIER M, MÉNEZ B, et al. Experimental and numerical modeling of bacterially induced pH increase and calcite precipitation in saline aquifers[J]. *Chemical Geology*, 2009, **265**(1): 44–53.
- [38] CUTHBERT M O, RILEY M S, HANDLEY-SIDHU S, et al. Controls on the rate of ureolysis and the morphology of carbonate precipitated by *S-Pasteurii* biofilms and limits due to bacterial encapsulation[J]. *Ecological Engineering*, 2012, **41**: 32–40.
- [39] QIN C-Z, HASSANIZADEH S M, EBIGBO A. Pore-scale network modeling of microbially induced calcium carbonate precipitation: Insight into scale dependence of biogeochemical reaction rates: PORE-SCALE NETWORK MODELING OF MICP[J]. *Water Resources Research*, 2016, **52**(11): 8794–8810.
- [40] HOMMEL J, EBIGBO A, GERLACH R, et al. Finding a Balance between Accuracy and Effort For Modeling Biomineralization[J]. *Energy Procedia*, 2016, **97**: 379–386.